

# Ulineær vekselvirkning mellem gitre i fotorefraktive krystaller

Peter E. Andersen

Afdelingen for Optik og Fluid Dynamik, Forskningscenter Risø, P.O. Boks 49, 4000 Roskilde, Telefon: 46 77 45 55, fax: 46 77 45 65, e-mail: peter.andersen@risoe.dk

## Introduktion

Siden dens opdagelse [1] i midten af 1960'erne er den fotorefraktive effekt [2] og fotorefraktive materialer [3] blevet undersøgt og beskrevet af forskergrupper overalt i verden. På det seneste er der udvist stor interesse for kommercielle produkter baseret på denne effekt; herunder anvendelse inden for dynamisk optisk processering [4] og holografisk lagring [5]. Sidstnævnte har fået fornyet interesse som et alternativ til eksisterende lagringsteknologier, f.eks. CD-ROM, magnetiske medier etc. Sideløbende med denne udvikling er der imidlertid et behov for en stadig dybere forståelse af de fundamentale egenskaber dels ved effekten selv dels ved materialerne.

Den fotorefraktive mekanisme kan illustreres ved at betragte en sinusformet intensitetsfordeling, der falder ind på en fotorefraktiv krystal. I de lyse områder genereres ladningsbærere, elektroner eller huller afhængig af materiale, der via diffusion, drift, eller den fotovoltaiske effekt [6] transporteres til de mørke områder, hvor rekombination finder sted. Herved opbygges en rumladning, der igen giver anledning til et rumladningsfelt. Da materialerne er elektrooptiske, leder det opbyggede rumladningsfelt til en modulation af brydningsindeks svarende til den påtrykte intensitetsfordeling. Herved er et fasehologram dannet. Belyses materialet derefter med en jævn intensitetsfordeling vil fasehologrammet udviskes. Fotorefraktive materialer kan derfor opfattes som selv fremkaldende holografiske film. Tidskonstanten for skrivning og sletning af hologrammer afhænger af materialevalget og den totale intensitet. Eksempelvis har GaAs typisk en tidskonstant i intervallet  $10^{-6}$  s til  $10^{-3}$  s, hvorimod tidskonstanten for  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) typisk er  $10^{-3}$  s til s. Øges intensiteten opnås ikke en kraftigere ulineær effekt, men derimod at materialets respons bliver hurtigere. Dette adskiller den fotorefraktive effekt væsentligt fra andre ulineære effekter. Opløsningsevnen for materialerne ligger typisk i området 100 til 1000 liniepar/mm.

Hovedparten af de i litteraturen beskrevne undersøgelser omhandler to-bølgeblanding samt fire-bølgeblanding med det til fælles, at bølgerne kun vekselvirker gennem et enkelt fotorefraktivt gitter. Ulineære kombinationer af gitre optræder, når der er to eller flere rumlige frekvenser i det påtrykte intensitetsmønster. Huignard og Ledu [7] publicerede i 1982 de første eksperimentelle data, hvori to fotorefraktive gitre skrevet af to par bølger (parrene indbyrdes inkohærente) vekselvirker gennem materialets ulinearitet og danner et nyt fotorefraktivt gitter. Det var først langt senere at vi opdagede den kraftige vekselvirkning der kan opstå mellem gitre, når samtlige skrivestråler er indbyrdes kohærente [8, 9, 10]. Ydermere er vi i stand til at give en teoretisk forklaring på de af Huignard og Ledu observerede resultater, se nedenfor, med indbyrdes inkohærente strålepar.

Ulineære kombinationer af gitre har betydning for de anvendelser, hvori multiple bølger blandes. Dette gælder de tilfælde hvor stråleparrene er indbyrdes inkohærente, men også tilfælde hvor gitre multiplekkes i både tid og rum. Et eksempel herpå er

holografisk lagring: ved lagring af en enkelt *frame* kan ulineære kombinationer forekomme mellem forskellige delkomponenter (rumlige frekvenser) og ved vinkelmultiplex kan de ulineære fænomener optræde mellem de forskellige gitre (inkohærente strålepar).

I det følgende beskrives den fundamentale vekselvirkning for ulineære kombinationer af gitre. Beskrivelsen koncentrerer om tre-bølgeblanding i BSO med diffusion som den dominerende fotorefraktive ladningstransport. Endvidere fokuserer beskrivelsen på tilfældet hvor samtlige skrivestråler er indbyrdes kohærente. De forskellige typer af vekselvirkninger berøres og der vises eksperimentelle data som bekræfter disse koblingsmekanismer, herunder specielt ulineær cross talk. Ydermere diskuteres forskellige modeller til beregning af effekten. Endelig afrundes med en række overvejelser vedrørende effektens betydning for praktiske anvendelser.

## Den ulineære vekselvirkning

Tre-bølgeblandingseksperimentet er skitseret i Fig. 1. En referencetråle  $I_R$  og to objektstråler  $I_1$  og  $I_2$  sendes ind mod den fotorefraktive BSO krystal. Herved dannes to gitre  $G_1$  og  $G_2$  med rumlige frekvenser  $K_1$  og  $K_2$  som følge af interferensen mellem hver af de to objektstråler og referencen. Da de to objektstråler er indbyrdes kohærente, dannes der et interferensmønster med

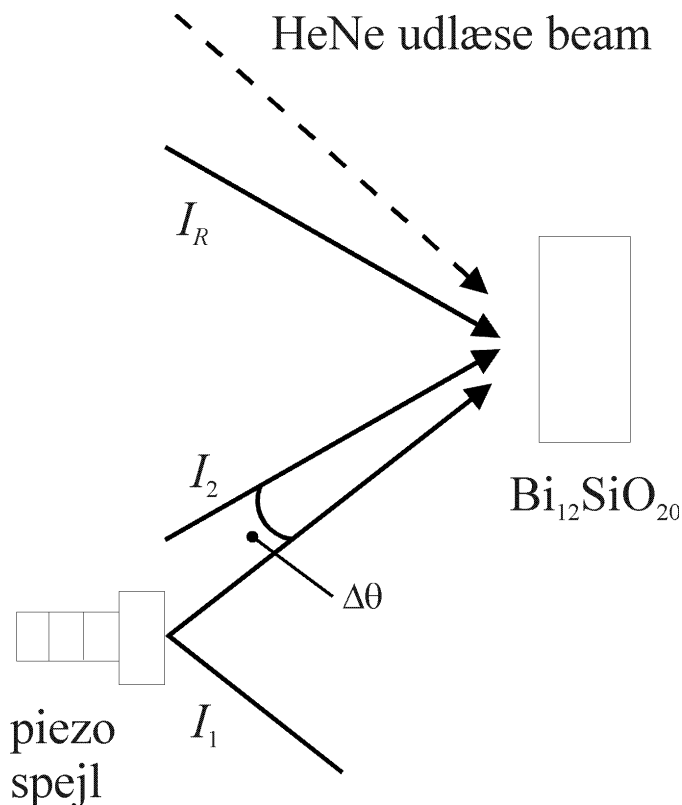


Fig. 1. Skitse af opstilling til trebølgeblandingseksperimentet. Opstillingen benyttes bl.a til måling af ulineær cross talk.

frekvens  $K_{12}=K_2-K_1$ . Separationsvinklen  $\Delta\theta$  opfylder Bragg betingelsen og er af størrelsesorden 2-5 mrad. I det efterfølgende betragtes udelukkende diffusion af elektroner som ladningstransport i krystallen. Dette medfører, at frekvensen  $K_{12}$  ikke giver anledning til et fotorefraktivt gitter. Referencestrålen og objektstrålerne er plane bølger med bølgelængden 532 nm. Udlæsning af de fotorefraktive gitre foregår vha. en HeNe laser (633 nm), således at selve udlæsningen ikke påvirker gitrene. BSO krystallen, der benyttes ved de her beskrevne eksperimenter, har en tykkelse på 3 mm og en overflade på  $7 \times 6 \text{ mm}^2$ .

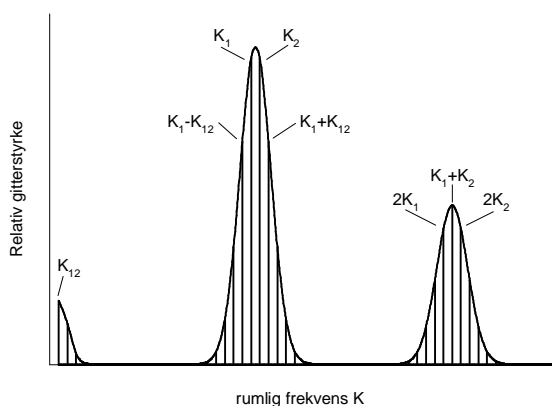


Fig. 2. De relative gitterstyrker ved forskellige rumlige frekvenser.  $K_1$  og  $K_2$  er de primært inducerede gitre, mens  $K_{12}$  er beatfrekvensen mellem de to objektstråler.

De fotorefraktive gitre  $G_1$  og  $G_2$  induceres gennem materialets ulinearitet. Herved opstår der mulighed for at disse frekvenser blandes og giver anledning til at helt nye rumlige frekvenser opstår, eksempelvis sumfrekvensen  $K_1+K_2$ , differensfrekvensen  $K_1-K_2$  og kombinationer heraf. I Fig. 2 er vist hvorledes sådant et spektrum af rumlige frekvenser kan se ud. Bemærk, at de indbyrdes forhold mellem gitterstyrkerne er stærkt fortegnede i Fig. 2. Disse spektre kan observeres eksperimentelt. Dette er vist i Fig. 3a med fringe spacings  $\Lambda_1=0.894 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda_2=0.889 \mu\text{m}$ , separationsvinkel  $\Delta\theta=1.7$  mrad samt intensitetsforhold  $\beta=0.36$ .

Den afgørende nye observation, som er gjort i vort arbejde, er følgende [8-10]: frekvensen  $K_{12}$ , som er beatfrekvensen mellem de to objektstråler, inducerer som nævnt ikke et fotorefraktivt gitter, men leddet inklusive dets modulation skal tages med i den teoretiske analyse. I modsat fald kan de kraftige sidebånd, sumfrekvensen  $K_1+K_2$  etc., som observeres eksperimentelt, ikke forklares teoretisk, når samtlige tre indfaldende bølger er indbyrdes kohærente. Med andre ord sker en stor del af vekselvirkningen mellem de to primære gitre  $G_1$  og  $G_2$  via den lavfrekvente del af intensitetsmønstret. Da denne del af mønstret har en modulation tæt ved 1 (de to stråler antages her lige kraftige), betyder det en endog meget kraftig kobling mellem de primære gitre  $G_1$  og  $G_2$ .

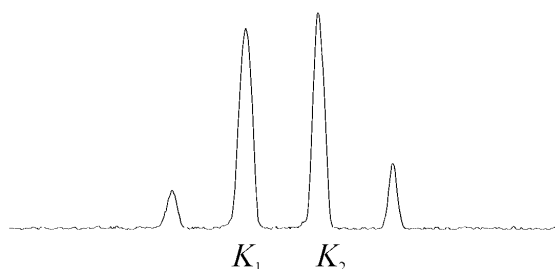
Det skal kort nævnes, at når ladningstransporten i den fotorefraktive krystal domineres af drift ved at der påtrykkes et

ydre felt (typisk  $5 \text{ kVcm}^{-1}$ ), så vil beatfrekvensen mellem de to objektstråler give anledning til et fotorefraktivt gitter. I dette tilfælde opnås særdeles kraftige vekselvirkninger eksemplificeret ved dannelsen af mange kraftige sidebånd omkring de primære gitre. Dette er vist i Fig. 3b for fringe spacings  $\Lambda_1=4.45 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda_2=4.31 \mu\text{m}$ , separationsvinkel  $\Delta\theta=1.9$  mrad samt intensitetsforhold  $\beta=0.014$ .

(a) Diffraktionsmønster



Intensitet ↑



(b) Diffraktionsmønster



Intensitet ↑

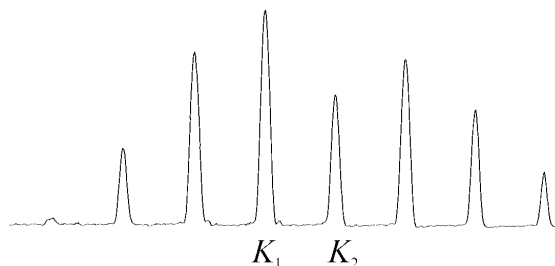


Fig. 3. Diffraktionsmønstre optaget i en opstilling som vist i Fig. 1. (a) Diffractionen med diffusion som den eneste ladningstransport for parametrene  $\beta=0.36$  og  $\Delta\theta=1.7$  mrad. (b) Diffractionen med drift som den dominerende ladningstransport for parametrene  $\beta=0.014$ ,  $\Delta\theta=1.7$  mrad og ydre påtrykt felt  $E_A=5 \text{ kVcm}^{-1}$ .

Typen af ulineære vekselvirkninger

Koblingen til og mellem gitrene  $G_1$  og  $G_2$  er af primær interesse. Her kan koblingsmekanismerne opdeles i tre klasser: (i) direkte kobling, dvs.  $K_1 + K_{12} \rightarrow K_2$ , (ii) kobling gennem sidebånd, f.eks.  $(K_2+K_{12}) - K_{12} \rightarrow K_2$ , og (iii) kobling gennem højere harmoniske, f.eks.  $(2K_2) - K_1 \rightarrow K_2$  eller  $(K_1+K_2) - K_1 \rightarrow K_2$ . Det

er vigtigt at bemærke, at for type (i) og (ii) sker koblingen udelukkende mellem naboer, dvs. adskilt af  $K_{12}$ . Her ses igen betydningen af at inkludere denne frekvens samt dens styrke (via modulationen i intensitetsmønstret). For type (iii) sker koblingen ikke mellem naboer, men med større frekvensspring.

Generelt er alle tre koblingstyper til stede under alle forhold. Det forholder sig dog således at intensitetsforholdene mellem de tre skrivestråler er afgørende for hvilke typer der dominerer i vekselvirkningen. Intensitetsforholdet  $\beta = I_R / (I_1 + I_2)$  er meget afgørende for hvilken koblingstype der dominerer. For små værdier af  $\beta$  dominerer den direkte koblingstype (i) og sidebåndskoblingstype (ii). For meget store værdier af  $\beta$  dominerer den direkte koblingstype (i) selv om denne kobling er minimal. For værdier af  $\beta$  i intervallet 0.1-1 er alle tre mekanismer meget kraftige. De har dog samlet set en tendens til at modvirke hinanden i steady-state. Endelig vil også objektstråleforholdet  $\kappa = I_1 / I_2$  indvirke på koblingsmekanismen.

### Teoretiske modeller

Den såkaldte båndtransportmodel [2] beskriver ladningstransporten og dannelsen af rumladningsfeltet. Heraf findes brydningsindeksmodulationen og dermed de fotorefraktive gitre. Brydningsindeksmodulationen skal dernæst indsættes i de koblede bølgeligninger for at modellere bølgerne vekselvirkning med fasehologrammet. Vi har opstillet en model [9,10] for beregning af brydningsindeksmodulationen baseret på Fourier analyse af rumladningsfeltet, der findes ud fra båndtransportmodellen [2]. Løsningen kan generelt ikke skrives på analytisk form, og man må derfor benytte numeriske metoder ved løsningen. Som nævnt indsættes løsningen i de koblede bølgeligninger og man får derved en model der indeholder samtlige effekter, herunder selvdiffraktion, dobbeltbrydning, og optisk aktivitet (ved optisk aktivitet forstås at strålens polarisation drejes ved udbredelse gennem materialet). Da diffraktionseffektiviteten samt effekten af selvdiffraktion er lille for BSO, kan man som regel undlade at løse de koblede bølgeligninger [9]. Den teoretiske model der forklarer ulineære kombinationer af gitre i BSO, baserer sig altså alene på løsning af båndtransportligningerne. Modellen viser god overensstemmelse med de eksperimentelle observationer.

Båndtransportligningerne kan løses vha. forskellige matematiske metoder. Hvis den rumlige modulation af de fysiske variable ikke er for stor i forhold til DC værdien, kan pertubationsanalyse med fordel anvendes. Det viser sig, at denne metode er særdeles velegnet til løsning af båndtransportligningerne i tilfældet med BSO. Fordelen er, at man kan opnå semi-analytiske løsninger for rumladningsfeltet og dermed for brydningsmodulationen. Til gengæld er man nødt til på forhånd at kende de rumlige frekvenser, der kan eller vil opstå i rumladningsfeltet gennem materialets ulinearitet. For nylig publicerede vi en sådan model [11]. Denne model stemmer udmærket overens med den først be-

skrevne model samt de eksperimentelle observationer.

### Cross talk

I det følgende afsnit beskrives et eksperiment, der benyttes til at kvantisere effekten af ulineære kombinationer af gitre.

I tre-bølgeblandingseksperimentet benyttes en opstilling som tidligere vist skitseret i Fig. 1. Udlæsningen foregår igen vha. en HeNe laser (633 nm). Ved hjælp af et piezo-spejl kan objektstråle 1 fasemoduleres. Den såkaldte time-average teknik benyttes, hvor modulationsfrekvensen er langt større end materialets afskæringsfrekvens, som er bestemt af materialets inverse tidskonstant  $\tau^l$ . Herved bliver modulationsdybden for  $I_1$  proportional med Besselfunktionen  $J_0(A)$ , hvor  $A$  er spejlets amplitude. Herved kan man altså selektivt "tænde" og "slukke" for det fotorefraktive gitter  $G_1$ .

Selve målingen foregår ved at steady-state diffraktions-effektiviteten for det fotorefraktive gitter  $G_2$  måles dels uden fasemodulation af stråle 1 ( $\eta_b$ ) dels med fasemodulation af stråle 1 ( $\eta_a$ ). Herved kan såkaldt ulineær cross talk  $\Delta\eta$  defineres:

$$\Delta\eta = \frac{\eta_a - \eta_b}{\eta_b}$$

Bemærk, at når stråle 1 fasemoduleres vil det primære fotorefraktive gitter  $G_2$  have samme modulationsdybde  $m_2$  som før og gitteret vil ydermere være totalt upåvirket af ulineære kombinationseffekter. Målingen giver derfor et præcist indblik

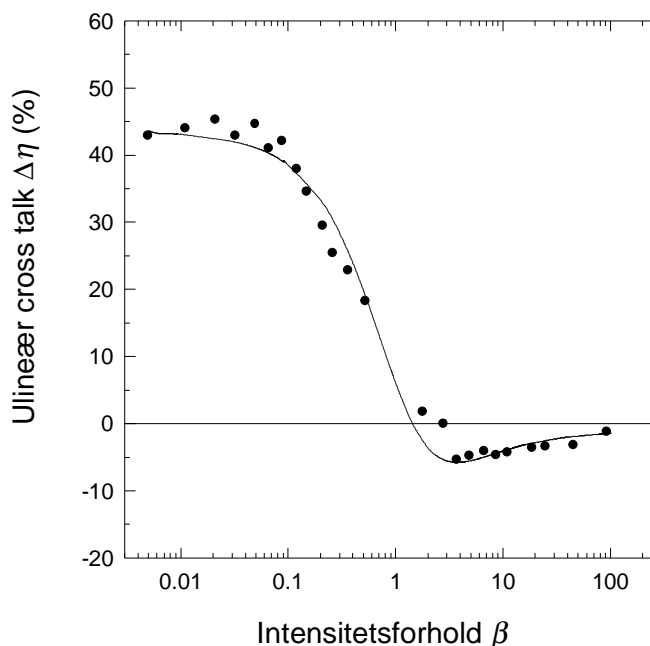


Fig. 4. Ulineær cross talk  $\Delta\eta$  som funktion af intensitetsforholdet  $\beta$  for  $\Delta\theta=5.2$  mrad,  $\Lambda_1=0.894 \mu\text{m}$  og  $\Lambda_2=0.879 \mu\text{m}$ .

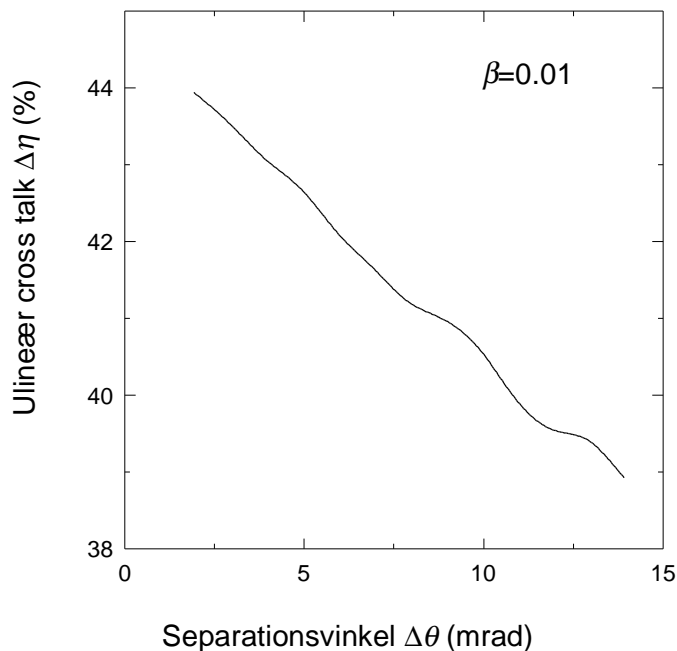


Fig. 5. Ulineær cross talk  $\Delta\eta$  som funktion af separationsvinklen  $\Delta\theta$  for  $\beta=0.01$  og  $\Lambda_1=0.894 \mu\text{m}$ .

i steady-state effekten af ulineære kombinationer af gitre.

Fig. 4 viser en måling af den ulineære cross talk  $\Delta\eta$  som funktion af intensitetsforholdet  $\beta$ . For denne måling er  $\kappa=1$  og separationsvinklen  $\Delta\theta=5.2$  mrad. Den optrukne kurve er beregnet vha. modellen baseret på Fourier analyse af rumladningsfeltet (se ovenfor). Som det fremgår af figuren er der god overensstemmelse mellem de teoretiske beregninger og eksperimentet. I Fig. 5 er afhængigheden for den ulineære cross talk  $\Delta\eta$  af separationsvinklen  $\Delta\theta$  vist for fastholdte værdier af intensitetsforholdene;  $\beta=0.01$  og  $\kappa=1$ . Som det klart fremgår, er cross talk ikke særlig afhængig af separationsvinklen mellem de to objektstråler, når ladningstransportmekanismen er diffusion.

Som tidligere nævnt har det stor betydning for effekten, at leddet svarende til den rumlige frekvens  $K_{12}$  inkluderes i beregningen. Ved at foretage en beregning hvor dette led udelades, kan dets betydning klart illustreres. En sådan beregning er vist i Fig. 6. Ved at sammenligne Fig. 4 og Fig. 6 kan man hurtigt overbevise sig om, at den ulineære effekt opfører sig ganske anderledes når leddet svarende til  $K_2$  udelades. Udeladelsen af dette led svarer til det tilfælde undersøgt af Huignard og Ledu [7], hvori to gitre

kobles gennem materialets ulinearitet selv om de induceres med to forskellige par stråler (stråleparrene indbyrdes inkohærente). I Ref. [7] rapporteres det, at effekten bliver størst når begge gitres modulation er tæt ved 1, hvilket i Fig. 6 svarer til  $\beta=1$ .

### Ulineære kombinationer af gitre i anvendelser

Effekten af ulineære kombinationer af gitre er relativt kraftig, selv i diffusionstilfældet som vist ovenfor. Eksempelvis påvirkes diffraktions-effektiviteten langt over 20% afhængig af intensitetsforholdet  $\beta$ , både for kohærente og inkohærente strålepar. Såfremt ladningstransportmekanismen er drift vha. et ydre påtrykt felt haves endnu større effekter, typisk er cross talk over 100% [10]. Effekten har derfor stor betydning for anvendelser hvori multiple bølger indgår.

Dynamiske holografiske optiske interconnects [8, 12] er et eksempel på en anvendelse, der involverer multiple bølger. I sådanne interconnects forbindes input og output planer via hologrammer, der kan kontrolleres vha. passende fasemodulation af skrivestrålerne. Bemærk, at eftersom materialerne er relativt langsomme er der ikke tale om on-off modulation, men om en komponent der omdirigerer én kanal til en eller flere andre kanaler. Der er endvidere ingen

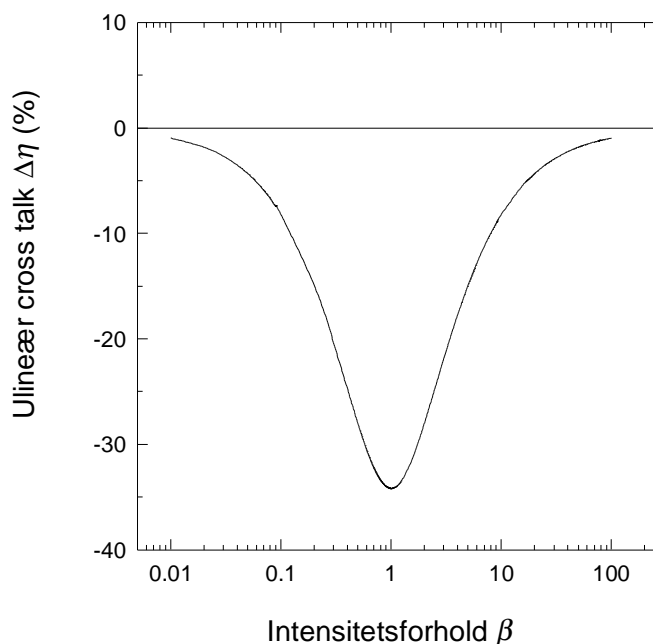


Fig. 6. Ulineær cross talk  $\Delta\eta$  som funktion af intensitetsforholdet  $\beta$  for  $\Delta\theta=5.0$  mrad,  $\Lambda_1=1.0 \mu\text{m}$  og  $\Lambda_2=0.982 \mu\text{m}$ .

begrænsning mht. båndbredden på det signal der kan transmitteres gennem en enkelt interconnect (hologram). Det er imidlertid forstyrrende, hvis der optræder ulinear cross talk mellem de enkelte interconnects. I følge ovenstående beregninger og eksperimenter, kan cross talk i det væsentlige undgås såfremt referencestrålen er langt kraftigere end summen af objektstrålerne.

Holografisk datalagring [5] er en anden anvendelse, hvor ulinear cross talk kan have negativ indflydelse. I disse systemer lagres informationen oftest som et Fourier hologram. De enkelte rumlige frekvenser i billedet kan opfattes som små plane bølger og dermed haves en multi-bølge konfiguration. I et enkelt billede kan der altså opstå ulineære kombinationer mellem dele (rumlige frekvenser) i billedet, der vil give anledning til forvrængning af den lagrede information. Problemstillingen er imidlertid mere kompleks end ovenfor, da hologrammet optages i en Fourier konfiguration. Herved kan der nemlig opstå områder i materialet hvor den plane referencestråle er langt mindre end objektstrålen og dermed kan kraftige ulineære vekselvirkninger opstå med forvrængninger til følge. Endvidere kan der også opstå ulineære kombinationer mellem to hologrammer der lagres med inkohærente strålepar. Dette er netop tilfældet i vinkelmultiplexteknikken, der anvendes ved holografisk lagring.

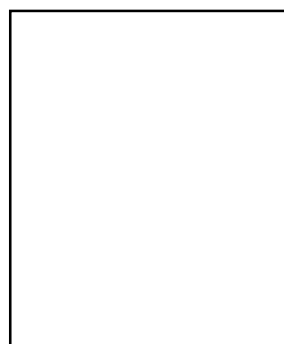
De oven for beskrevne problemstillinger mht. effekten af ulineære kombinationer af fotorefraktive gitre i forbindelse med holografisk datalagring er områder, som der arbejdes intenst med bl.a. på Forskningscenter Risø.

## Referencer

1. A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R.G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein, K. Nassau, "Optically-induced refractive index inhomogeneities in  $\text{LiNbO}_3$  and  $\text{LiTaO}_3$ ", *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72-74 (1966).
2. N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin, V. L. Vinetskii, "Holographic storage in electrooptic crystals. I. Steady state", *Ferroelectrics* **22**, 949-960 (1979).
3. Se f.eks., P. Günter, "Holography, coherent light amplification and optical phase conjugation with photorefractive materials", *Phys. Rep. (Rev. Sec. Phys. Lett.)* **93**, 199-299 (1982).
4. L. A. de Montmorillon, L. Labrunie, Ph. Delaye, G. Pauliat, J. C. Launay, G. Roosen, "Optical processing with photorefractive materials", *Proc. Waseda International*

Symposium on Phase Conjugation and Wave Mixing, June 9-10, 1997, Waseda University International Conference Center, Tokyo, Japan, pp.28-31 (1997).

5. J. Ashley et al., "Holographic storage promises high data density", *Laser Focus World*, Nov. 1996, 81-93 (1996).
6. A. M. Glass, D. von der Linde, T. J. Negran, "High-voltage bulk photorefractive effect and the photorefractive process in  $\text{LiNbO}_3$ ", *Appl. Phys. Lett.* **25**, 233-235 (1974).
7. J.-P. Huignard, B. Ledu, "Collinear Bragg diffraction in photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ", *Opt. Lett.* **7**, 310-312 (1982).
8. P. E. Andersen, P. M. Petersen, P. Buchhave, "Crosstalk in dynamic optical interconnects in photorefractive crystals", *Appl. Phys. Lett.* **65**, 271-273 (1994).
9. P. E. Andersen, P. Buchhave, P. M. Petersen, M.V. Vasnetsov, "Nonlinear combinations of gratings in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ : Theory and experiments", *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 1422-1433 (1995).
10. P. E. Andersen, P. M. Petersen, P. Buchhave, "Nonlinear combinations of gratings in drift dominated recording in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ", *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2453-2462 (1995).
11. H. C. Pedersen, P. E. Andersen, P. M. Petersen, P. M. Johansen, "Theory of nonlinear multiple-grating interaction in diffusion-dominated photorefractive media", *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**, 2569-2579 (1996).
12. A. Marrakchi, W. M. Hubbard, S. F. Habiby, J. S. Patel, "Dynamic holographic interconnects with analog weights in photorefractive crystals", *Opt. Eng.* **29**, 215-225 (1990).



**Peter E. Andersen** modtog DOPS-prisen 1996 for arbejdet med ulineære kombinationer af optiske gitre i fotorefraktive medier. Er ansat ved Afdelingen for Optik og Fluid Dynamik, Forskningscenter Risø.